

平成19年度応用数学前期中間試験(6月5日)

(1) 解答は解答用紙(白紙)を使用すること。複数枚使用した場合は全てに名前を忘れないこと。

(2) 解答用紙は裏・表を使用し、不足する場合には申し出ること。

「1」以下の問題から(i)変数分離形(ii)同次形(iii)線形(iv)完全形をそれぞれ2題以上、かつ合計10題になるように選択し解け。それ以上解いても採点の対象としない。(8×10)(「知識・能力」1,2,3,4)

(1) $\frac{dy}{dx} = e^{-2y}x^3$

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{x(1-y^2)}{(1+x^2)}$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{y \cos y}$

(4) $(x+y) - 2x \frac{dy}{dx} = 0$

(5) $y^2 + (x^2 + xy) \frac{dy}{dx} = 0$

(6) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$

(7) $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$

(8) $(y^2 + 2e^{2x} \sin y)dx + (2xy + e^{2x} \cos y)dy = 0$

(9) $(2xy + x)dx + (x^2 + y)dy = 0$

(10) $(-ye^{-x} + e^{-y})dx + (-xe^{-y} + e^{-x})dy = 0$

(11) $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = \log x$

(12) $\frac{dy}{dx} - \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)y = \frac{x}{\cos x}$

(13) $\frac{dy}{dx} + \frac{1-x}{x}y = x^2$

(14) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \cos x$

(15) $\frac{dy}{dx} - (1 + \log x)y = x^{x-1}$

「2」(1) (2) からどちらかを選んで解け。(「知識・能力」1,3)

(1) (i) $\begin{cases} P(x,y) = 2x^m(y+x^2) \\ Q(x,y) = -x^{m+1}(1+x^2) + y \end{cases}$ とするときに、 $P_y = Q_x$ となるように定数 m を決めよ。(10)

(ii) (i) で求めたに m 対して、微分方程式 $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$ を解け。(10)

(2) 落下傘の降下運動は微分方程式 $m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - k \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$ で表される。この方程式について以下に答えよ。

(i) $\frac{dx}{dt} = v(t)$ として関数 $v(t)$ についての微分方程式を導け。(5)

(ii) (i) の微分方程式の解 $v(t)$ を求めよ。(10)

(iii) (i)、(ii) の結果を用いてもとの方程式の解 $x(t)$ を求めよ。(5)