

令和6年度専攻科入学学力検査問題

(数学)

(試験時間 90分)

注意

1. 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は表紙を除いて5枚です。
3. 解答用紙は5枚です。予備解答用紙を1枚含みます。
4. 問題 **1** ~ **4** 全問解答して下さい。 **1** は答のみが採点対象、**2** ~ **4** は一部の問題を除き計算過程も採点対象です。
5. 解答用紙の総合得点欄および得点欄には記入しないこと。
解答欄が不足する場合には裏面ではなく指定の予備解答用紙に記入すること。

鈴鹿工業高等専門学校

1 次の問いに答えよ。答のみを解答欄に記入せよ。

(1) 点 $A(-1, 2, 1)$ を通り、平面 $\alpha: 2x + y - 3z - 4 = 0$ に垂直な直線 ℓ と平面 α との交点の座標を求めよ。

(2) 不定積分 $\int e^x \cos x dx$ を求めよ。

(3) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換を f とするとき、直線 $2x + 3y = 6$ の f による像を求めよ。

(4) 関数 $f(x) = \log x$ の $x = e$ における 2 次近似を求めよ。

(5) 方程式 $z^3 = 8i$ を解け. ただし i は虚数単位とする.

(6) 条件 $x^2 + y^2 = 1$ における関数 $f(x, y) = xy$ の最大値, 最小値, およびそれらをとる点の座標を求めよ.

(7) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ. ただし, $a \neq 0$ とする.

(8) 広義積分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4}$ の値を求めよ.

2 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 8 & -7 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

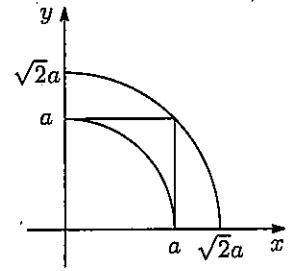
(1) $a = 8$ のとき、行列 A の固有値・固有ベクトルを求めよ。

(2) 行列 A が対角化できないような a の値を求め、対角化できない理由を簡潔に説明せよ。

3 $x \geq 0, y \geq 0$ において, 3つの領域 D_1, D, D_2 を下のように定める. 次の問いに答えよ.

$$D_1: x^2 + y^2 \leq a^2, \quad D: 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, \quad D_2: x^2 + y^2 \leq (\sqrt{2}a)^2$$

(1) 2重積分 $\iint_{D_1} e^{-x^2-y^2} dx dy$ を求めよ.



(2) (1) を使って, 2重積分 $\iint_{D_2} e^{-x^2-y^2} dx dy$ を求めよ.

(3) $D_1 \subset D \subset D_2$ であることを使って, $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ の値を求めよ.

- 4 微分方程式 $y'' - \frac{2y}{x^2} = -\frac{1}{x^3}$ を次に従って解け.

定理

微分方程式 $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x) \cdots (1)$ について, 補助方程式 $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ の特殊解を y_1, y_2 とする. このとき, ロンスキー行列式 $W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} \neq 0$ ならば, 微分方程式 (1) の特殊解は次の式で与えられる.

$$y = -y_1 \int \frac{y_2 r(x)}{W} dx + y_2 \int \frac{y_1 r(x)}{W} dx$$

- (1) $y = x^n$ が補助方程式 $y'' - \frac{2y}{x^2} = 0$ の解であるような n をすべて求めよ.

- (2) 上問 (1) を利用し, $y'' - \frac{2y}{x^2} = -\frac{1}{x^3}$ の特殊解を求めよ.

- (3) 微分方程式 $y'' - \frac{2y}{x^2} = -\frac{1}{x^3}$ の一般解を答えよ.