

平成27年度専攻科入学者選抜学力検査問題

(数学)

(試験時間 90分)

注 意

1. 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙1ページから4ページです。
3. 解答用紙は予備の解答用紙を含めて5枚です。
4. 問題(1)～(4)全問解答して下さい。問題(2)の3)、(3)の1)以外は計算過程も採点対象です。
5. 解答用紙の総合得点欄、得点欄および裏面には記入しないこと。解答欄が不足する場合には裏面ではなく指定の予備解答用紙に記入すること。

鈴鹿工業高等専門学校

(1) 次の問に答えよ.

1) 3^{20} は何桁の数となるか. ただし, $\log_{10} 3 = 0.477$ として計算せよ.

2) 数列

$$\frac{1}{2 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 6}, \frac{1}{6 \cdot 8}, \dots$$

の初項から第 n 項までの和を求めよ.

3) 関数 $f(x) = 2(\tan^{-1} x)^2 - \pi \tan^{-1} x$ の最小値とそのときの x の値を求めよ. ただし, $\tan^{-1} x$ は $\text{Arctan } x$ を表す.

(2) 次の問に答えよ.

1) 3点 $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, について次の問に答えよ.

a) 三角形 ABC の面積を求めよ.

b) 3点 ABC を通る平面の方程式を求めよ.

2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ を対角化する正則行列 P を求め, 対角化せよ.

3) 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ に対する列ベクトルへの分割 $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix}$ を考える. このとき, ベクトルの組 $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ が一次独立であるための必要十分条件を次の選択肢からすべて選び記号で答えよ.

選択肢

ア. 行列式 $|A| = 0$ イ. A は対角化可能

ウ. 階数 $\text{rank } A = 3$ エ. $a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0$

オ. $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\}, \{\vec{a}_1, \vec{a}_3\}, \{\vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ がそれぞれ一次独立

カ. 連立方程式 $A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解は $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ だけである.

(3) 様々な計測結果によるとパラシュートを開いて落下する物体は速度の2乗に比例する空気抵抗を受ける (比例定数 $k > 0$) といわれている. 重力加速度を g [m/s^2], 質量 m [kg], t 秒後の物体の速さを $v(t)$ [m/s] とし, 次の問に答えよ.

- 1) 運動方程式を変形することで微分方程式 $\frac{dv(t)}{dt} = g + \left\{ \boxed{\text{A}} \right\} \times (v(t))^2$ が得られる. ここで, 空欄 $\boxed{\text{A}}$ に適切な式を選択肢から選び記号で答えよ. ただし, g, k は正の定数とする.

選択肢

ア. $\frac{k}{m}$ イ. $-\frac{k}{m}$ ウ. $\frac{k}{mg}$ エ. $-\frac{k}{mg}$

- 2) 時刻 $t = 0$ における速度を 0 [m/s] とするとき, t 秒後の速度 $v(t)$ [m/s] を求めよ.

- 3) パラシュートを開いた物体を (十分な高さから) 落としたとき, 十分な時間が経過すると速さはある値に収束する. このパラシュートの終速度 (極限值) を求めよ.

(4) 次の問に答えよ.

1) $f(x) = \log_e(x+1)$ について以下の問に答えよ.

a) $f(x)$ の n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ. ただし, n は正の整数とする.

b) $f(x)$ のマクローリン展開を求めよ. 一般項も分かるよう答えること. ただし, 収束半径は求めなくて良い.

2) 平面 $z = 1$ と曲面 $z = x^2 + y^2$ で囲まれた立体の体積を求めよ.

3) $a > 0$ を定数とする. アステロイド

$$\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

の全長を求めよ.