平成30年度専攻科入学者選抜学力検査問題

(数学)

(試験時間　９０分)

注 意

1　問題用紙は指示があるまで開かないこと.

2　問題用紙は表紙を除いて４枚です.

3　解答用紙は４枚ですが，予備の解答用紙を２枚用意してあります.

4　問題 (1) ～ (4) 全問を解答して下さい. 選択問題および空所補充問題を除き，計算過程も採点対象です.

5　解答用紙の総合得点欄および得点欄には記入しないこと.
解答欄が不足する場合には裏面ではなく指定の予備解答用紙に記入すること.

鈴 鹿 工 業 高 等 専 門 学 校

(1) 次の問に答えよ.

1) 整式 $6x^2 - 6y^2 - 2 - 5xy + 8y - x$ を因数分解せよ.

2) 関数 $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ の第 n 次導関数を, 部分分数分解を用いて求めよ (答のみでよい).

3) 複素数 z に対して, 次の複素数は複素平面上で z をどのように移動した点に対応しているかを選択肢から記号で答えよ. ただし, 虚数単位を i と表し, 回転は反時計回りを正とする.

a) $i \cdot z$

b) 複素共役 $\overline{z}$

選択肢

ア.	実軸方向に $+1$ 平行移動	イ.	虚軸方向に $+i$ 平行移動
ウ.	原点中心 $\dfrac{\pi}{2}$ 回転	エ.	原点中心 $-\dfrac{\pi}{2}$ 回転
オ.	原点中心 π 回転	カ.	実軸対称
キ.	虚軸対称	ク.	原点対称

4) 複素数 $z = a + bi$ (a, b は実数) に対して, 座標平面上で原点中心に $\dfrac{\pi}{4}$ 回転させた後, 虚軸対称に移動し, さらに原点中心に $-\dfrac{\pi}{4}$ 回転させると, どのような点に移るか. a, b を用いて具体的に表せ. (答のみでよい. 回転は反時計回りを正とする.)

(2) 次の問に答えよ.

1) 連立方程式 $\begin{cases} x+y+a^2z=a \\ x+ay+az=a \\ ax+y+az=a \end{cases}$ （ただし a は定数とする）の解について，解答用紙の指定欄に適切な数値を記入せよ（答のみでよい）.

この連立方程式は，

$a \neq$ (ア), (イ), (ウ) のとき，ただ1つの解を持つ.

$a =$ (ア), (イ) のとき，無数の解を持つ.

$a =$ (ウ) のとき，解を持たない.

また $a =$ (ア) のとき，解全体の集合は $\mathbb{R}^3$ の中のある平面を表す.

解全体が $\mathbb{R}^3$ の部分ベクトル空間になるのは，$a =$ (イ) のときのみである.

2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ について，問いに答えよ.

(i) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(ii) ベクトル $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を (i) で求めた2つの線形独立な固有ベクトルの線形結合で表し，$\lim\limits_{n\to\infty} A^n\mathbf{v}$ を求めよ（n は自然数とする）.

（3） 次の微分方程式を解くために, 以下の問に答えよ.

$$x^2(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0 \quad \cdots (*)$$

1) 微分方程式 $(*)$ の特殊解 $y_0(x)$ として適切なものを次の選択肢から (すべて) 選び記号で答えよ.

選択肢

ア. $y_0 = 1$　　イ. $y_0 = x$　　ウ. $y_0 = x^2$　　エ. $y_0 = \dfrac{1}{x}$

2) 前問 1) の特殊解 y_0 を用いて $y = y_0 \cdot u(x)$ とおくことで, 微分方程式 $(*)$ により導かれる u の x に関する微分方程式を導け.

3) 前問 2) の微分方程式を解くことで, $u = u(x)$ の一般解を求めよ.

4) 与えられた微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(4) xyz 空間における, 円錐面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ $\cdots$(ア) および (回転) 放物面 $z=6-x^2-y^2$ $\cdots$(イ) について, 以下の問に答えよ.

1) 関数 (ア) の全微分 dz を求めよ.
また円錐面 (ア) 上の点 (3, 4, 5) における接平面の方程式を求めよ.

2) 1) を用いて $\sqrt{3.02^2+3.96^2}$ の（第１次）近似値を計算せよ.

3) 円錐面 (ア) と放物面 (イ) が交ってできる曲線（交線）は, xy 平面に平行な（z 座標が一定な）ある円になる. その円の z 座標と半径を求めよ.

4) 円錐面 (ア) と放物面 (イ) で囲まれた立体の体積を求めよ.