

# 令和3年度専攻科入学者選抜学力検査問題

(数学)

(試験時間 90分)

## 注意

1. 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は表紙を除いて4枚です。
3. 解答用紙は4枚ですが、予備の解答用紙を1枚用意してあります。
4. 問題  ～  全問解答して下さい。一部の問題を除き計算過程も採点対象です。
5. 解答用紙の総合得点欄および得点欄には記入しないこと。  
解答欄が不足する場合には裏面ではなく指定の予備解答用紙に記入すること。

# 鈴鹿工業高等専門学校

**1** 次の問に答えよ.

(1) A から I の 9 人の学生を 3 人ずつ 3 つのグループに分ける場合の数を求めよ.

(2) 初項  $a_1 = 3$ , 漸化式  $a_{n+1} = 2a_n + 3$  で定まる数列の一般項  $a_n$  を求めよ.

(3) 関数  $f(x) = 4^{x+1} - 2^x + \frac{9}{16}$  の最小値とそのときの  $x$  を求めよ.

(4) 関数  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-1}$  について以下の問に答えよ.

(a) 導関数  $f'(x)$  が 0 になるような  $x$  をすべて求めよ.

(b) 関数  $f(x)$  の極値と極値を与える  $x$  をすべて求めよ.

(c) 極限值  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  の値を求めよ.

**2** 次の問に答えよ.

(1) 2つのベクトル  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  に垂直な単位ベクトル  $\mathbf{e}$  を求めよ.

(2) 行列  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$  について,  $a \neq b$  のとき, 適当な正則行列  $P$  を用いて対角化せよ.

(3) 行列  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$  は,  $a = b$  のとき対角化できないことを示せ.

**3** 次の問に答えよ.

(1) 次の1階の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\log x)(\sin y)}{x \cos y} .$$

(2) 次の2階の微分方程式の一般解を求めよ. ただし,  $y$  は  $x$  の微分可能な関数であるとし,  $y'$  は  $y$  の導関数を表すものとする.

$$4y'' + 4y' + y = 24xe^{-\frac{x}{2}} .$$

4 次の問に答えよ.

- (1) 関数  $f(x) = \log x$  ( $0 < x \leq 2$ ) の  $x = 1$  におけるテイラー展開を求めよ.  
ただし, 0 でない最初の 3 項と  $n$  次の項を記すこと. また, 剰余項  $R_n$  について,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$  は既知とする.

- (2) 関数  $f(x, y) = xy + \frac{4}{x} + \frac{2}{y}$  の極値を求めよ.

- (3) 重積分  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$   $D = \{(x, y) \mid ax \leq x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0\}$  を  
計算せよ. ただし,  $a > 0$  とする.